

Μαθηματικά Γ' Γυμνασίου

Επαναληπτικές Ασκήσεις στο Κεφάλαιο 1: §1.2 - 1.5

Μονώνυμα - Πολυώνυμα - Ταυτότητες

- Αλγεβρικές παραστάσεις - Μονώνυμα
- Πράξεις με μονώνυμα
- Πολυώνυμα
- Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων
- Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων
- Αξιοσημείωτες ταυτότητες

Άσκηση 1

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

- 1) Οι εκφράσεις που περιέχουν μόνο αριθμούς ονομάζονται **αριθμητικές παραστάσεις**
- 2) Οι εκφράσεις που εκτός από αριθμούς περιέχουν και μεταβλητές ονομάζονται **αλγεβρικές παραστάσεις**
- 3) Όταν μεταξύ των μεταβλητών μιας αλγεβρικής αριθμητικής παράστασης σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού και οι εκθέτες των μεταβλητών της είναι φυσικοί αριθμοί, τότε η αλγεβρική παράσταση λέγεται **ακέραια**
- 4) Αν σε μια αλγεβρική παράσταση αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις, θα προκύψει ένας αριθμός που λέγεται **αριθμητική τιμή ή τιμή** της αλγεβρικής παράστασης.
- 5) Οι ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις, στις οποίες μεταξύ των μεταβλητών σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού λέγονται **μονώνυμα**
- 6) Σ' ένα μονώνυμο ο αριθμητικός παράγοντας λέγεται **συντελεστής** του μονωνύμου, ενώ το γινόμενο όλων των μεταβλητών του με τους αντίστοιχους εκθέτες λέγεται **κύριο μέρος** του μονωνύμου.
- 7) Ο εκθέτης μιας μεταβλητής λέγεται **βαθμός** του μονωνύμου ως προς τη μεταβλητή αυτή, ενώ το άθροισμα των εκθετών των μεταβλητών του λέγεται **βαθμός** του μονωνύμου ως προς όλες τις μεταβλητές του.
- 8) Τα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος λέγονται **όμοια**
- 9) Τα όμοια μονώνυμα που έχουν τον ίδιο συντελεστή λέγονται **ίσα** ενώ αν έχουν αντίθετους συντελεστές λέγονται **αντίθετα**
- 10) Οι αριθμοί θεωρούνται και ως μονώνυμα και τα ονομάζουμε **σταθερά** μονώνυμα.
- 11) Ο αριθμός μηδέν λέγεται **μηδενικό** μονώνυμο και δεν έχει βαθμό ενώ όλα τα άλλα σταθερά μονώνυμα είναι **μηδενικού** βαθμού.

Άσκηση 2

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα επιλέγοντας "X" στην κατάλληλη θέση:

Παράσταση	Αριθμητική παράσταση	Αλγεβρική παράσταση
$2 \cdot 3 + 7 \cdot 2^3$	X	
$3x + 1$		X
$(\pi + 3)\alpha\beta$		X
$x^2 + 3xy$		X
$x^4 + 2$		X

Άσκηση 3

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα επιλέγοντας "X" στην κατάλληλη θέση:

Αλγεβρική παράσταση	Είναι μονώνυμο	Δεν είναι μονώνυμο
$2xy$	X	
$3x^2y + xy$		X
$2y + x$		X
$\frac{1}{x^2}$		X
$\frac{7}{x^2}$	X	

Άσκηση 4

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Μονώνυμο	Συντελεστής	Κύριο μέρος	Βαθμός ως προς x	Βαθμός ως προς y	Βαθμός ως προς x και y
$2x^3y^2$	2	x^3y^2	3	2	5
$-7xy^3$	-7	xy^3	1	3	4
$\frac{1}{2}x^3$	$\frac{1}{2}$	x^3	3	0	3
$7,5y^4$	7,5	y^4	0	4	4
32	32	0	0	0	0

Άσκηση 5

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

- 1) Το $2x^3y^4$ είναι όμοιο με $-7x^3y^4$
- 2) Το $3xy^2$ είναι ίσο με $\sqrt{9xy^2}$
- 3) Το $-7x^3y^5$ είναι αντίθετο με $7x^3y^5$
- 4) Ο αριθμός 71 έχει βαθμό 0
- 5) Η αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης $A = x^2 + 1$ για $x = 3$ είναι 10

Άσκηση 6

Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις με τη λέξη "Σωστό", αν είναι σωστή ή "Λάθος", αν είναι λανθασμένη:

- 1) Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο όμοιο με αυτά. **Σωστό**
- 2) Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο με συντελεστή το ηγλικό των συντρελεστών τους. **Λάθος**
- 3) Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο με συντελεστή το άθροισμα των συντελεστών τους. **Λάθος**
- 4) Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο με κύριο μέρος το γινόμενο όλων των μεταβλητών τους με εκθέτη κάθε μεταβλητής το άθροισμα των εκθετών της. **Σωστό**
- 5) Όταν διαιρούμε δύο μονώνυμα η αριθμητική παράσταση που προκύπτει είναι πάντα μονώνυμο. **Λάθος**

Άσκηση 7

Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

- 1) $3x^2y^3 + 27x^2y^3$
- 2) $4xy^4 - 10xy^4$
- 3) $2x^2y - 3x^2y + 6x^2y$
- 4) $-6\alpha\beta^2 - 5\alpha\beta^2 - 10\alpha\beta^2$
- 5) $2x^3y^4 \cdot 3x^2y^3$
- 6) $-4xy^2 \cdot 2x^2$
- 7) $16x^4y^3 : 2x^3y^2$
- 8) $5x^2y : 2xy^4$

Λύση

- 1) $3x^2y^3 + 27x^2y^3 = 30x^2y^3$
- 2) $4xy^4 - 10xy^4 = -6xy^4$
- 3) $2x^2y - 3x^2y + 6x^2y = 5x^2y$
- 4) $-6\alpha\beta^2 - 5\alpha\beta^2 - 10\alpha\beta^2 = -21\alpha\beta^2$
- 5) $2x^3y^4 \cdot 3x^2y^3 = 6x^5y^7$
- 6) $-4xy^2 \cdot 2x^2 = -8x^3y^2$
- 7) $16x^4y^3 : 2x^3y^2 = 4xy$
- 8) $5x^2y : 2xy^4 = \frac{5x}{2y^3}$

Άσκηση 8

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

- 1) Κάθε μονώνυμο που περιέχεται σε ένα πολυώνυμο λέγεται **όρος** του πολυωνύμου.
- 2) * Ένα πολυώνυμο που δεν έχει όμοιους όρους λέγεται **διώνυμο** αν έχει δύο όρους.
- 3) * Ένα πολυώνυμο που δεν έχει όμοιους όρους λέγεται **τριώνυμο** αν έχει τρεις όρους.
- 4) **Βαθμός** ενός πολυωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές του είναι ο μεγαλύτερος από τους βαθμούς των όρων του.
- 5) Κάθε αριθμός μπορεί να θεωρηθεί και ως πολυώνυμο και λέγεται **σταθερό** πολυώνυμο.
- 6) Ο αριθμός μηδέν λέγεται **μηδενικό** πολυώνυμο και δεν έχει βαθμό, ενώ κάθε άλλο σταθερό πολυώνυμο είναι **μηδενικού** βαθμού.
- 7) Δύο Πολυώνυμα είναι **ίσα** όταν έχουν όρους ίσα μονώνυμα.
- 8) Αν σ' ένα πολυώνυμο υπάρχουν όμοιοι όροι μπορούμε να τους αντικαταστήσουμε με το άθροισμά τους. Η διαδικασία αυτή λέγεται **αναγωγή ομοίων όρων**

Άσκηση 9

μονάδες

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Πολυώνυμο	Βαθμός ως προς x	Βαθμός ως προς y	Βαθμός ως προς x και y
$2x^3y^4 + x^2y^4$	3	4	7
$x^3y + xy^3$	3	3	4
$xy^2 + x^2y^3$	2	3	5
$x^2y^3 + x^3y^2 + x$	3	3	5
$xy^2 + y^4 + xy$	1	4	4

Άσκηση 10

Να γράψετε τα παρακάτω πολυώνυμα κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x

i) $3x^4 + x^5 + 2x^2 + 7$

ii) $x^6 - 3x - 2x^4 + 2^9$

Λύση

i) $x^5 + 3x^4 + 2x^2 + 7$

ii) $x^6 - 2x^4 - 3x + 2^9$

Άσκηση 11

Δίνεται το πολυώνυμο $A = 2xy^3 + x^2y^6 - 3x$. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του για $x = 3$ και $y = 1$.

Λύση

για $x = 3$ και $y = 1$ έχουμε:

$$\begin{aligned} A &= 2 \cdot 3 \cdot 1^3 + 3^2 \cdot 1^6 - 3 \cdot 3 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 1 + 9 \cdot 1 - 3 \cdot 3 \\ &= 6 + 9 - 9 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Άσκηση 12

Δίνονται τα πολυώνυμα $A = 2x^3y^2 + 4xy^3$, $B = 2x^3y^3 + 4x^3y^2 - xy^3 + x^2y^3$ και $\Gamma = 2x^2y^2$. Να υπολογίσετε:

i) $A + B$

ii) $A - B$

iii) $\Gamma \cdot A$

Άσκηση 13

Αν $A(x) = 2x^2 + 3x$, $B(x) = x^3 + 7$ και $\Gamma(x) = 2x^3 - x^2$. Να υπολογίσετε:

i) $A(x) - B(x)$

ii) $A(x) - \Gamma(x)$

iii) $A(x) \cdot B(x)$

iv) $B(x) \cdot \Gamma(x)$

v) $[A(x) + B(x)] \cdot \Gamma(x)$

Άσκηση 14

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα επιλέγοντας "X" στην κατάλληλη θέση:

Ισότητα	Είναι ταυτότητα	Δεν είναι ταυτότητα
$0x = 0$		
$\alpha + 2 = \alpha + 3$		
$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$		
$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha - \beta)$		
$2x + y = 2(x + y) - y$		

Άσκηση 15

Να βρείτε τα παρακάτω αναπτύγματα:

- 1) $(x + 5)^2$
- 2) $(2x - 1)^2$
- 3) $(x^2 + 2y)^2$
- 4) $(\sqrt{x} - 2x)^2$
- 5) $(x - 3)(x + 3)$
- 6) $(x - 5)(5 + x)$
- 7) $(2x - 3y)(2x + 3y)$
- 8) $(x + 2)^3$
- 9) $(2x - 1)^3$
- 10) $(y^2 - x)^3$