

Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

"Επανάληψη στη Θεωρία"

- A.1.1: Η έννοια της μεταβλητής - Αλγεβρικές παραστάσεις
- A.1.2: Εξισώσεις α' βαθμού
- A.1.4: Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων
- A.1.5: Ανισώσεις α' βαθμού
- A.2.1: Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού
- A.2.2: Άρρητοι αριθμοί - Πραγματικοί αριθμοί
- A.2.3: Προβλήματα
- B.1.1: Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας
- B.1.2: Μονάδες μέτρησης επιφανειών
- B.1.3: Εμβαδά επίπεδων σχημάτων
- B.1.4: Πυθαγόρειο θεώρημα
- B.2.1: Εφαπτομένη οξείας γωνίας
- B.2.2: Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας
- B.2.4: Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30°, 45° και 60°
- B.3.1: Εγγεγραμμένες γωνίες
- B.3.2: Κανονικά πολύγωνα
- B.3.3: Μήκος κύκλου
- B.3.5: Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Αδύνατη εξίσωση

- 1) Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη;
- 2) Τι ονομάζουμε αδύνατη εξίσωση;
- 3) Ποια εξίσωση λέγεται αδύνατη;
- 4) Πώς ονομάζεται η εξίσωση που δεν έχει καμία λύση;

Απάντηση

Αδύνατη ονομάζεται η εξίσωση που δεν έχει καμία λύση.

π.χ $0x = 5$

π.χ $0x = -2$

Ταυτότητα (εξίσωση)

- 1) Πότε μια εξίσωση λέγεται ταυτότητα;
- 2) Ποια εξίσωση λέγεται ταυτότητα;
- 3) Πώς ονομάζεται η εξίσωση που επαληθεύεται για όλες τις τιμές του (αγνώστου) x ;

Απάντηση

Ταυτότητα ονομάζεται η εξίσωση που επαληθεύεται για όλες τις τιμές του (αγνώστου) x .

π.χ $0x = 0$

Ταυτότητα (ανίσωση)

- 1) Πότε μια ανίσωση είναι ταυτότητα;
- 2) Ποια ανίσωση ονομάζεται ταυτότητα;
- 3) Πώς ονομάζεται η ανίσωση που επαληθεύεται για κάθε τιμή του (αγνώστου) x ;

Απάντηση

Ταυτότητα ονομάζεται η ανίσωση που αληθεύει κάθε τιμή του (αγνώστου) x .

π.χ $0x < 5$

π.χ $0x \leq 7$

π.χ $0x > -2$

π.χ $0x \geq -1$

π.χ $0x \geq 0$

π.χ $0x \leq 0$

Αδύνατη (ανίσωση)

- 1) Πότε μια ανίσωση είναι αδύνατη;
- 2) Ποια ανίσωση ονομάζεται αδύνατη;
- 3) Πώς ονομάζεται η ανίσωση που δεν αληθεύει για καμία τιμή του (αγνώστου) x ;

Απάντηση

Αδύνατη ονομάζεται η ανίσωση που δεν αληθεύει για καμία τιμή του (αγνώστου) x

π.χ $0x > 9$

π.χ $0x \geq 19$

π.χ $0x \leq -1$

π.χ $0x < -5$

π.χ $0x < 0$

π.χ $0x > 0$

Τετραγωνική Ρίζα

- 1) Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα και πώς συμβολίζεται;
- 2) Τι είναι η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού και πώς συμβολίζεται;

Απάντηση

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a , λέγεται ο θετικός αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο τετράγωνο δίνει τον αριθμό a .

Η τετραγωνική ρίζα του a συμβολίζεται με \sqrt{a} . **π.χ** $\sqrt{4} = 2$ γιατί $2^2 = 4$

π.χ $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ γιατί $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$

Η έννοια του εμβαδού

- 1) Τι ονομάζεται εμβαδόν;
- 2) Τι ονομάζεται εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας;
- 3) Πώς ονομάζεται ο αριθμός που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει μια επίπεδη επιφάνεια;

Απάντηση

Το **εμβαδόν** μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο.

Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

Μονάδες μέτρησης επιφανειών

- 1) Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού;
- 2) Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης επιφανειών;

Απάντηση

- Τετραγωνικό μέτρο: $1m^2$
- Τετραγωνικό δεκατόμετρο ή τετραγωνική παλάμη: $1dm^2$
- Τετραγωνικό εκατοστόμετρο ή τετραγωνικός πόντος: $1cm^2$
- Τετραγωνικό χιλιοστόμετρο: $1mm^2$
- Τετραγωνικό χιλιόμετρο: $1km^2$
- Στρέμμα: ισούται με $1000m^2$

Εμβαδά επίπεδων σχημάτων

- 1) Από ποιους τύπους δίνονται τα εμβαδά του τετραγώνου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου και τραπέζιου;
- 2) Πώς υπολογίζονται τα εμβαδά των τετραγώνων, παραλληλογράμμων, τριγώνων, ορθογωνίων τριγώνων και τραπέζιων;

Απάντηση

- **Τετράγωνο:** Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς a ισούται με a^2 .
- **Ορθογώνιο:** Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με πλευρές a, b ισούται με $a \cdot b$.
- **Παραλληλόγραμμο:** Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου είναι ίσο με το γινόμενο μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- **Τριγώνου:** Το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- **Ορθογωνίου τριγώνου:** Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.
- **Τραπέζιο:** Το εμβαδόν ενός τραπέζιου είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.

Πυθαγόρειο Θεώρημα

- 1) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.
- 2) Πώς διατυπώνεται το Πυθαγόρειο θεώρημα;

Απάντηση

Πυθαγόρειο Θεώρημα: Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

Το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος

- 1) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος.
- 2) Πώς διατυπώνεται το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος;

Απάντηση

Αντίστροφο Πυθαγορείου θεωρήματος: Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

Εφαπτομένη οξείας γωνίας

- 1) Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας;
- 2) Πώς υπολογίζουμε την εφαπτομένη οξείας γωνίας;

Απάντηση

Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά με την προσκείμενη κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **εφαπτομένη** της γωνίας ω .

$$\text{εφ } \omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της } \hat{\omega}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά της } \hat{\omega}}$$

Ημίτονο οξείας γωνίας

- 1) Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας;
- 2) Πώς υπολογίζουμε το ημίτονο οξείας γωνίας;

Απάντηση

Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **ημίτονο** της γωνίας ω .

$$\text{ημ } \omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

Συνημίτονο οξείας γωνίας

- 1) Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας;
- 2) Πώς υπολογίζουμε το συνημίτονο οξείας γωνίας;

Απάντηση

Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την προσκείμενη κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **συνημίτονο** της γωνίας ω .

$$\text{συν } \omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30°, 45° και 60°

- 1) Ποιες είναι οι αριθμητικές τιμές των γωνιών 30°, 45° και 60°;
- 2) Να γράψετε τις αριθμητικές τιμές των γωνιών 30°, 45° και 60°.

Απάντηση

	30°	45°	60°
ημίτονο	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συνημίτονο	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφαπτομένη	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Εγγεγραμμένες γωνίες

- 1) Πότε μία γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;
- 2) Τι ονομάζουμε εγγεγραμμένη γωνία;
- 3) Πόσο είναι το μέτρο μιας εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνει σε ημικύκλιο;
- 4) Ποια είναι η σχέση της επίκεντρης και της εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο;
- 5) Πώς συνδέονται το μέτρο μιας εγγεγραμμένης γωνίας με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου της;
- 6) Τι σχέση έχουν οι εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο;
- 7) Τι σχέση έχουν οι εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ίσα τόξα;

Απάντηση

- Μια γωνία \widehat{xAy} που η κορυφή της A ανήκει στον κύκλο (O, ρ) και οι πλευρές της Ax , Ay τέμνουν τον κύκλο, λέγεται εγγεγραμμένη γωνία στον κύκλο (O, ρ) .
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.
- Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι ίσες.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.

Κανονικά πολύγωνα

- 1) Ποιο πολύγωνο λέγεται κανονικό;
- 2) Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό;

Απάντηση

Κανονικό λέγεται ένα πολύγωνο, αν όλες οι πλευρές του είναι μεταξύ τους ίσες και όλες οι γωνίες τους είναι μεταξύ τους ίσες.

Γωνία και κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου

- 1) Από ποιον τύπο υπολογίζουμε την κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;
- 2) Πώς υπολογίζουμε την κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;
- 3) Τι σχέση έχουν η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου και η κεντρική του γωνία;
- 4) Ποιος τύπος συνδέει την γωνία ενός κανονικού πολυγώνου και την κεντρική του γωνία;

Απάντηση

$$\omega = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\varphi = 180^\circ - \omega$$

όπου ω = κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου,

φ : η γωνία του κανονικού πολυγώνου

και n : οι πλευρές του κανονικού πολυγώνου

Μήκος Κύκλου

- 1) Πώς υπολογίζουμε το μήκος του κύκλου διαμέτρου δ ;
- 2) Πώς υπολογίζουμε το μήκος του ακτίνας ρ ;
- 3) Ποια η σχέση που συνδέει το μήκος του κύκλου με την ακτίνα του;
- 4) Ποια η σχέση που συνδέει το μήκος του κύκλου με την διάμετρο του;

Απάντηση

Το **μήκος του κύκλου** υπολογίζεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$L = 2\pi\rho \text{ ή } L = \pi\delta$$

όπου L : μήκος του κύκλου

ρ : η ακτίνα του κύκλου

δ : η διάμετρος του κύκλου

π : σταθερά $\approx 3,14$

Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

1) Πώς υπολογίζουμε το εμβαδόν κυκλικού δίσκου δοσμένης ακτίνας;

2) Ποιος τύπος δίνει το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ ;

Απάντηση

Το **εμβαδόν κυκλικού δίσκου** ακτίνας ρ , ισούται με $E = \pi\rho^2$

όπου E : εμβαδόν κυκλικού δίσκου

ρ : η ακτίνα του κύκλου

π : σταθερά $\approx 3,14$